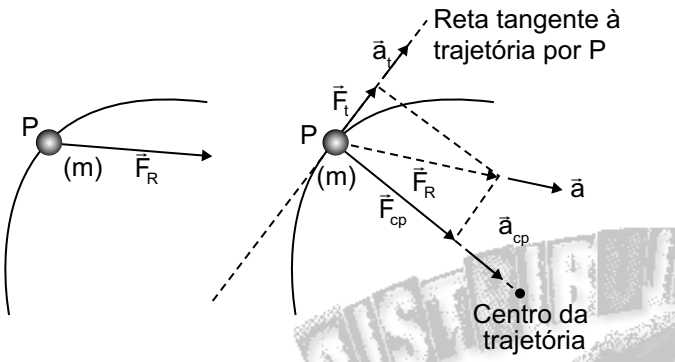
AULA 13 – DINÂMICA DO MOVIMENTO CIRCULAR

Componente Tangencial ($\vec{F}_t$) e Componente Centrípeta ($\vec{F}_{cp}$) da Força Resultante ($\vec{F}_R$)



$\boxed{\vec{F}_t = m\vec{a}_t}$, com $|\vec{a}_t| = |\alpha|$

e

$\boxed{\vec{F}_{cp} = m\vec{a}_{cp}}$, com $|\vec{a}_{cp}| = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R$

Módulo da força resultante

$$F_R^{\,2} = F_{cp}^{\,2} + F_t^{\,2}$$

Particularizando, temos:

Componente tangencial

Intensidade

$$|\vec{F}_t| = m|\alpha|$$

Direção

Tangente à trajetória a cada instante.

Sentido

- Se o movimento for acelerado, o vetor força tangencial terá o mesmo sentido da velocidade vetorial.
- Se o movimento for retardado, o vetor força tangencial terá sentido contrário ao da velocidade vetorial.

Função

Mudar o módulo da velocidade vetorial.

Componente centrípeta

Intensidade

$$|\vec{F}_{cp}| = \frac{mv^2}{R}$$

Direção

Normal à trajetória a cada instante (Perpendicular ao vetor velocidade).

Sentido

Aponta para o centro da curva.

Função

Mudar a direção do vetor velocidade a todo instante.

Atenção grupamento!

M.R.U. ⇒ A resultante é nula;

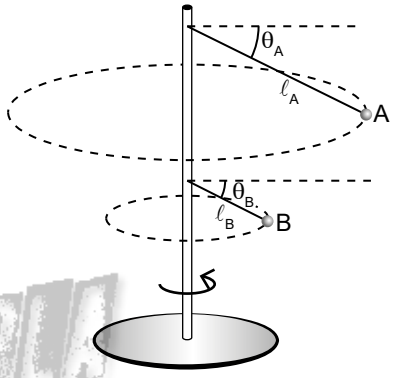
M.R.U.V. ⇒ A resultante é tangencial;

M.C.U. ⇒ A resultante é centrípeta;

M.C.U.V. ⇒ A resultante admite as duas componentes: tangencial e centrípeta.

Exercícios

1. (AFA) Dois pequenos corpos A e B são ligados a uma haste rígida através de fios ideais de comprimentos ℓ_A e ℓ_B, respectivamente, conforme a figura a seguir.



A e B giram em sincronia com a haste, com velocidades escalares constantes V_A e V_B, e fazem com a direção horizontal ângulos θ_A e θ_B, respectivamente.

Considerando $\ell_A = 4\ell_B$, a razão $\frac{V_A}{V_B}$, em função de θ_A e θ_B, é igual a

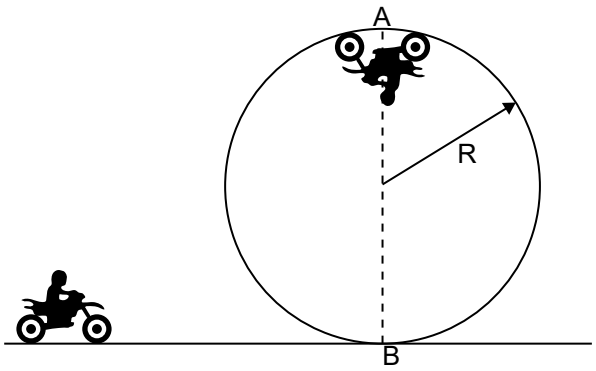
A) $2 \cdot \frac{\cos\theta_A}{\cos\theta_B} \cdot \sqrt{\frac{\text{sen}\,\theta_B}{\text{sen}\,\theta_A}}$

B) $\frac{\cos\theta_A}{\cos\theta_B} \cdot \frac{\text{sen}\,\theta_A}{\text{sen}\,\theta_B}$

C) $\frac{\text{sen}\,\theta_A}{\text{sen}\,\theta_B} \cdot \sqrt{\frac{\cos\theta_A}{\cos\theta_B}}$

D) $\frac{\cos\theta_A}{\text{sen}\,\theta_A} \cdot \frac{\cos\theta_B}{\text{sen}\,\theta_B}$

2. (AFA) Um motociclista, pilotando sua motocicleta, move-se com velocidade constante durante a realização do *looping* da figura a seguir.

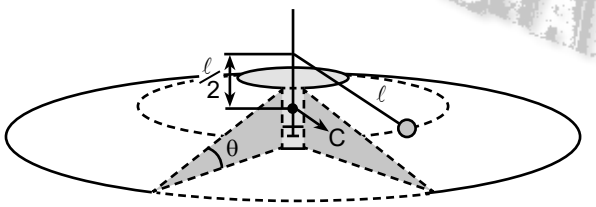


Quando está passando pelo ponto mais alto dessa trajetória circular, o motociclista lança, para trás, um objeto de massa desprezível, comparada à massa de todo o conjunto motocicleta-motociclista. Dessa forma, o objeto cai, em relação à superfície da Terra, como se tivesse sido abandonada em A, percorrendo uma trajetória retilínea até B. Ao passa, após o lançamento, em B, o motocliclista consegue recuperar o objeto imediatamente antes dele tocar o solo.

Desprezando a resistência do ar e as dimensões do conjunto motocicleta-motociclista, e considere $\pi^2 = 10$, a razão entre a norma (N), que age sobre a motocicleta no instante em que passa no ponto A, e o peso (P) do conjunto motocicleta-motociclista, (N/P), será igual a

A) 0,5.
B) 1,0.
C) 1,5.
D) 3,5.

3. Em um local onde a aceleração da gravidade vale **g**, uma partícula move-se sem atrito sobre uma pista circular que, por sua vez, possui inclinação θ. Essa partícula está presa a um poste central, por meio de um fio ideal de comprimento ℓ que, através de uma articulação, pode girar livremente em torno do poste. O fio é mantido paralelo à superfície da pista, conforme a figura a seguir.



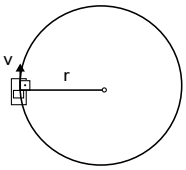
Ao girar com uma determinada velocidade constante, a partícula fica "flutuando" sobre a superfície inclinada da pista, ou seja, a partícula fica na iminência de perder o contato com a pista e, além disso, descreve uma trajetória circular com centro em C, também indicado na figura.

Nessas condições, a velocidade linear da partícula deve ser igual a

A) $\sqrt{\left(\frac{3}{2}g\ell\right)}$
B) $\sqrt{(g\ell)}$
C) $\sqrt{3}\,g\ell$
D) $\sqrt[4]{2}\sqrt{(g\ell)}$

4. (EFOMM) Um carro com massa de 850 kg consegue fazer uma curva de raio 250 m sem deslizamento lateral. Sua velocidade (indicada no velocímetro), em km/h é de
Dado: coeficiente de atrito $\mu = 0{,}42$ e $g \cong 10$ m/s^2.
A) 68,4
B) 73,3
C) 89,4
D) 94,7
E) 116,6

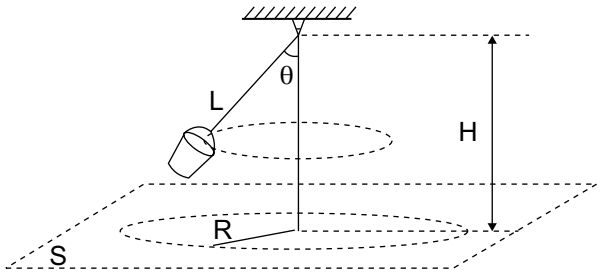
5. (EsPCEx) Um carro movimenta-se ao longo de uma circunferência plana e horizontal de raio **r** igual a 147 m com o módulo de sua velocidade **v** constante, conforme a figura ao lado:



Sabendo que o coeficiente de atrito estático entre os pneus e a estrada vale 1,2, o módulo da maior velocidade, em m/s, com que o carro pode percorrer esta curva sem derrapar é de:
Dado: a intensidade da aceleração da gravidade vale 10 m/s^2, e a resistência do ar é desprezível.
A) 30.
B) 42.
C) 48.
D) 50.
E) 52.

6. (EsPCEx) Em órbita estacionária em volta da Terra, um satélite tem um peso P devido à aceleração da gravidade terrestre. De acordo com o Princípio de Ação e Reação de Newton, a reação ao peso P é uma força que
Informação: despreze a ação de todos os outros corpos celestes.
A) atrai o satélite para o centro da trajetória.
B) equilibra o peso P.
C) o satélite exerce sobre a Terra.
D) não deixa o satélite mudar de órbita.
E) tem intensidade menor que o peso P.

7. (Aman) Um pequeno balde contendo água é preso a um leve e inextensível fio de comprimento L tal que L = 0,50 m sendo afixado a uma altura (H) de 1,0 m do solo (S) como mostra a figura. À medida que o balde gira numa circunferência horizontal com velocidade constante, gotas de água que dele vazam atingem o solo formando um círculo de raio R. Considerando 10 m/s^2 o módulo da aceleração devido à gravidade e $\theta = 60°$, o valor de R será, em metros:

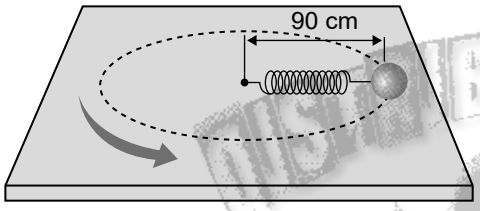


A) $\frac{\sqrt{17}}{5}$
B) $\frac{\sqrt{11}}{4}$
C) $\frac{1}{3}$
D) $\frac{\sqrt{21}}{4}$
E) $\frac{4}{5}$

052.336 - 163666/22

8. (Unifesp-SP) Antes de Newton expor sua teoria sobre a força da gravidade, defensores da teoria de que a Terra se encontrava imóvel no centro do Universo alegavam que, se a Terra possuísse movimento de rotação, sua velocidade deveria ser muito alta e, nesse caso, os objetos sobre ela deveriam ser arremessados para fora de sua superfície, a menos que uma força muito grande os mantivesse ligados à Terra. Considerando-se o raio da Terra igual a $7 \cdot 10^6$ m, o seu período de rotação de $9 \cdot 10^4$ s e $\pi^2 = 10$, a força mínima capaz de manter um corpo de massa 90 kg em repouso sobre a superfície da Terra, num ponto sobre a linha do Equador, vale, aproximadamente:
A) 3 N.
B) 10 N.
C) 120 N.
D) 450 N.
E) 900 N.

9. Na situação esquematizada na figura, a mesa é plana, horizontal e perfeitamente polida. A mola tem massa desprezível, constante elástica igual a $2{,}0 \cdot 10^2$ N/m e comprimento natural (sem deformação) de 80 cm.



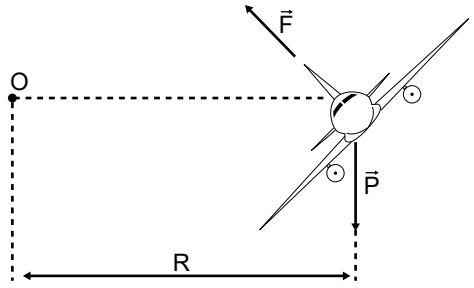
Se a esfera (massa de 2,0 kg) descreve movimento circular e uniforme, podemos afirmar que o módulo de sua velocidade tangencial é de:
A) 2 m/s
B) 3 m/s
C) 4 m/s
D) 5 m/s
E) 6 m/s

10. (Ufla-MG) Um dos fatores que influem no desempenho de um carro de Fórmula 1 é o "efeito asa". Esse efeito, que pode ser mais ou menos acentuado, surge na interação do ar com a geometria do carro. Quando se altera o ângulo de inclinação dos aerofólios, surge uma força vertical para baixo, de forma que o carro fica mais pesado ao solo. Considerando-se um carro com "efeito asa" igual ao seu peso, coeficiente de atrito estático $\mu_e = 1{,}25$ entre pneus e asfalto e g = 10 m/s², esse carro pode fazer uma curva plana horizontal de raio de curvatura 100 m, sem deslizar, com velocidade escalar máxima de:
A) 90 km/h.
B) 144 km/h.
C) 180 km/h.
D) 216 km/h.
E) 252 km/h.

11. (AFA-SP) Na aviação, quando um piloto executa uma curva, a força de sustentação $(\vec{F})$ torna-se diferente do peso do avião $(\vec{P})$. A razão entre F e P é chamada fator de carga (**n**):

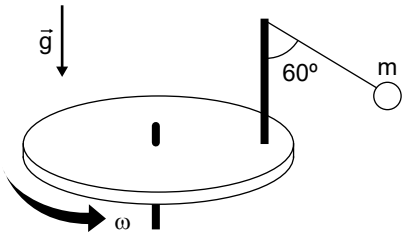
$$n = \frac{F}{P}$$

Um avião executa um movimento circular e uniforme, conforme a figura, em um plano horizontal com velocidade escalar de 40 m/s e com fator de carga igual a $\frac{5}{3}$.



Considerando g = 10 m/s², podemos afirmar que o raio da curva descrita pelo avião vale:
A) 200 m.
B) 180 m.
C) 120 m.
D) 220 m.

12. (Mack-SP) Na figura, o fio ideal prende uma partícula de massa **m** a uma haste vertical acoplada a um disco horizontal que gira com velocidade angular ω constante. Sabendo que a distância do eixo de rotação do disco ao centro da partícula é igual a $0{,}10\sqrt{3}$ m e que g = 10 m/s², podemos afirmar que a velocidade angular do disco vale:



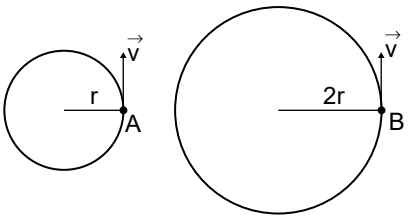
A) 10 rad/s
B) 12 rad/s
C) 18 rad/s
D) 8 rad/s
E) 15 rad/s

13. Com relação à força centrífuga, aponte a alternativa incorreta.
A) É ela que "puxa" o nosso corpo para fora da trajetória quando fazemos uma curva embarcados em um veículo qualquer.
B) Numa mesma curva, sua intensidade cresce com o quadrado da velocidade do corpo.
C) Tem a mesma intensidade que a força centrípeta, porém sentido oposto.
D) É uma força de inércia, que só é definida em relação a referenciais acelerados.
E) É a reação à força centrípeta.

14. (AFA) Um bloco é colocado na borda exterior de um carrossel de raio 5,0 metros e que dá uma volta a cada 30 segundos. Para que o bloco permaneça sobre o carrossel, o coeficiente de atrito deve ser:
A) 0,02.
B) 0,03.
C) 0,20.
D) 0,30.

052.336 - 163666/22

15. (AFA) Dois corpos A e B giram em movimento circular uniforme presos aos extremos de cordas de comprimentos, respectivamente, **r** e 2r. Sabendo que eles giram com a mesma velocidade tangencial, pode-se dizer que



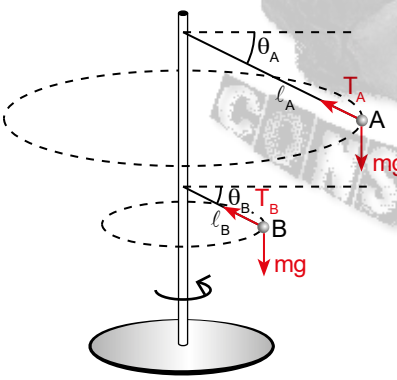
A) ambos desenvolverão mesma velocidade angular.
B) ambos estarão submetidos à mesma força centrípeta.
C) em um intervalo de tempo o corpo A dará maior número de voltas que o B.
D) o corpo A desenvolve menor aceleração centrípeta que o B.

GABARITO

AULA 13				
1	**2**	**3**	**4**	**5**
A	C	A	E	B
6	**7**	**8**	**9**	**10**
C	D	A	B	C
11	**12**	**13**	**14**	**15**
C	A	E	A	C

Resolução

1.



Para o corpo A, temos:

$$\begin{cases} T_A \cdot \cos\theta_A = m\dfrac{v_\theta^{\,2}}{R_\theta} \\ T_A \cdot \operatorname{sen}\theta_A = mg \end{cases}$$

$$\cot g\theta_A = \frac{v_A^{\,2}}{gR_A} \rightarrow v_A^{\,2} = g\ell_A\frac{\cos^2\theta_B}{\operatorname{sen}\theta_A}$$

Analogamente:

$$v_B^{\,2} = g\ell_B\frac{\cos^2\theta_B}{\operatorname{sen}\theta_B}$$

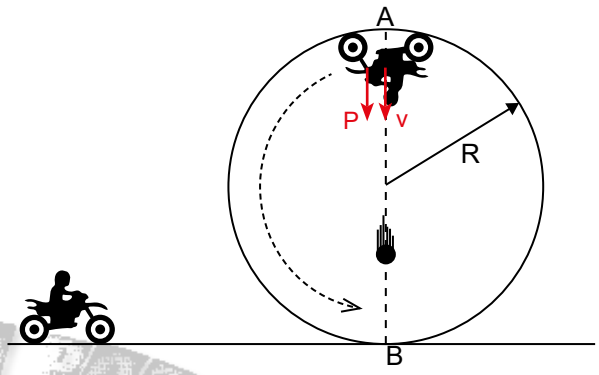
Logo:

$$\left(\frac{v_A}{v_B}\right) = \frac{g\ell_A\dfrac{\cos^2\theta_B}{\operatorname{sen}\theta_A}}{g\ell_B\dfrac{\cos^2\theta_B}{\operatorname{sen}\theta_B}} = \frac{\ell_A}{\ell_B}\cdot\frac{\cos^2\theta_A}{\cos^2\theta_B}\cdot\frac{\operatorname{sen}\theta_B}{\operatorname{sen}\theta_A}$$

$$\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{\ell_A}{\ell_B}\cdot\frac{\cos^2\theta_A}{\cos^2\theta_B}\cdot\frac{\operatorname{sen}\theta_B}{\operatorname{sen}\theta_A}} = 2\sqrt{\frac{\operatorname{sen}\theta_B}{\operatorname{sen}\theta_A}\frac{\cos\theta_A}{\cos\theta_B}}$$

Resposta: A

2.



I. $t_{queda} = \sqrt{\dfrac{2h}{g}} = \sqrt{\dfrac{4R}{g}}$

II. O motociclista deve percorrer πR (metade da circunferência) para apanhar o objeto em B. Logo, sua velocidade será de:

$$v = \frac{\pi R}{t_{queda}}.$$

III. A normal será determinada pela resultante centrípeta:

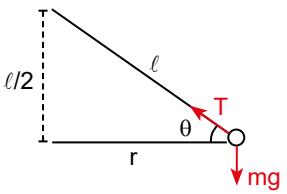
$$N+P = \frac{m\theta^2}{R} \rightarrow N+P = \frac{m}{R}\cdot\frac{\pi^2\cdot R^2}{\dfrac{4R}{g}} = \frac{mg}{4} \therefore N+P = \frac{10}{4}P$$

$$N = \frac{6}{4}P = \frac{3}{2}P$$

$$\frac{N}{P} = \frac{3}{2} = 1{,}5$$

Resposta: C

3. Como a partícula não toca a mesa, temos:



$$\frac{T\cos\theta}{T\operatorname{sen}\theta} = \frac{\dfrac{mv^2}{r}}{mg} \rightarrow \cot g\theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$v^2 = \frac{r}{\left(\dfrac{\ell}{2}\right)}\cdot r\cdot g = 2\frac{r^2\cdot g}{\ell}$$

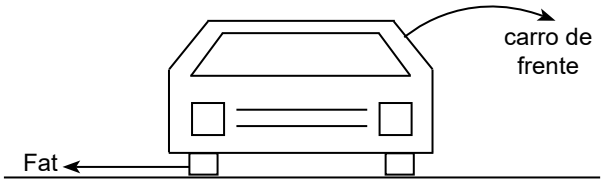
$$v^2 = 2\frac{\left(\ell^2 - \dfrac{\ell^2}{4}\right)}{\ell}g = 2\cdot\frac{3}{4}\ell g$$

$$v = \sqrt{\frac{3}{2}\ell g}$$

Resposta: A

052.336 - 163666/22

4.



$$\frac{m v^2}{r} = \mu m g$$

$$v^2 = \mu r g = 0{,}42 \cdot 250 \cdot 10 \therefore v = 32{,}4 \text{ m/s}$$

ou

$$v = 116{,}6 \text{ km/s}$$

Resposta: E

5. $$Fat = \frac{mv^2}{R} \rightarrow \mu m g = \frac{m v^2}{R}$$

$$v^2 = \mu R g = 1{,}2 \cdot 147 \cdot 10$$

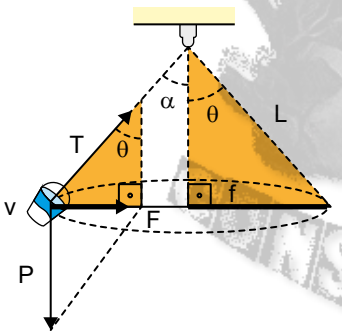
$$v = 42 \text{ m/s}$$

Resposta: B

6. A Terra sente uma reação da força gravitacional que ela exerce sobre o satélite, tendo o mesmo módulo, mesma direção e sentido contrário. O satélite permanece na órbita circular devido ao fato da força gravitacional se comportar como resultante centrípeta. Logo, só existe uma força atuando no satélite. Vale lembrar que ação e reação sempre atuam em corpos diferentes.

Resposta: C

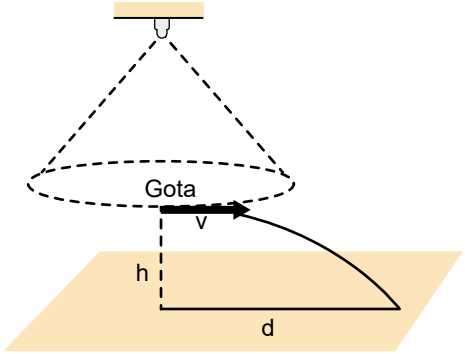
7.



$$r = L \cdot \text{sen}\theta \qquad (I)$$

$$tg\theta = \frac{F_{cp}}{P} \Rightarrow tg\theta = \frac{\frac{m \cdot v^2}{r}}{m \cdot g} \Rightarrow v^2 = r \cdot g \cdot tg\theta$$

$$v^2 = L \cdot \text{sen}\theta \cdot g \cdot tg\theta \qquad (II)$$



$$h = H - L \cdot \cos\theta$$

$$d = v\sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = v \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (H - L \cdot \cos\theta)}{g}}$$

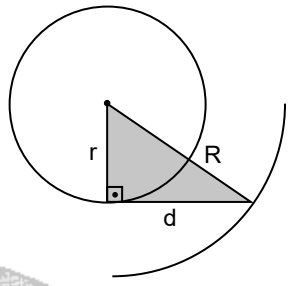
$$d^2 = \frac{2 \cdot v^2}{g}(H - L \cdot \cos\theta) \qquad (III)$$

Substituindo (II) em (III), temos:

$$d^2 = \frac{2 \cdot L \cdot \text{sen}\theta \cdot g \cdot tg\theta}{g} \cdot (H - L \cdot \cos\theta)$$

$$d^2 = 2 \cdot L \cdot \text{sen}\theta \cdot tg\theta \cdot (H - L \cdot \cos\theta) \qquad (IV)$$

Olhando de cima:



$$R = \sqrt{r^2 + d^2}$$

De (I) e (IV):

$$R = \sqrt{L^2 \cdot \text{sen}^2\theta + 2 \cdot L \cdot \text{sen}\theta \cdot tg\theta \cdot (H - L \cdot \cos\theta)}$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{3}{4} + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \left(1{,}0 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right)}$$

$$\boxed{R = \frac{\sqrt{21}}{4} m}$$

Resposta: D

8. $$F - F_{cp} - m\omega^2 R - m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R$$

$$F = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot R$$

$$F = \frac{90 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 7 \cdot 10^6}{81 \cdot 10^8} (N)$$

$$\boxed{F \cong 3{,}1 \text{ N}}$$

Resposta: A

9. $$F_e = F_{cp} \Rightarrow K \cdot \Delta x = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

$$2{,}0 \cdot 10^3 \cdot (0{,}90 - 0{,}80) = \frac{2{,}0 \cdot v^2}{0{,}90} \Rightarrow v = 3{,}0 \text{ m/s}$$

Resposta: B

052.336 - 163666/22

10. $Fat = \frac{mv^2}{R} \rightarrow \mu N = \frac{mv^2}{R}$

$\mu 2\cancel{m}g = \frac{\cancel{m}v^2}{R} \therefore v^2 = 2\mu Rg$

$v^2 = 2 \cdot 1{,}25 \cdot 100 \cdot 10$

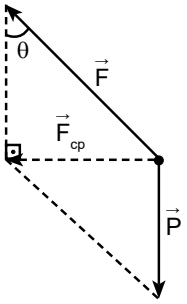
$v^2 = 2500 \therefore v = 50\ m/s$

ou

$v = 180\ km/h$

Resposta: C

11.



$\cos\theta = \frac{P}{F} \Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{n}$ (I)

$sen^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$sen^2\theta + \frac{1}{n^2} = 1$

$sen\theta = \frac{1}{n}\sqrt{n^2 - 1}$ (II)

$tg\theta = \frac{F_{cp}}{P} \Rightarrow \frac{sen\theta}{\cos\theta} = \frac{m \cdot v^2}{R \cdot m \cdot g}$

Donde:

$R = \frac{\cos\theta}{sen\theta} \cdot \frac{v^2}{g}$ (III)

Substituindo (I) e (II) em (III), temos:

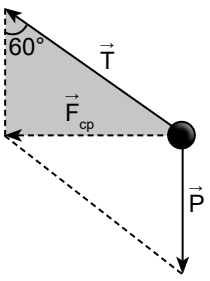
$R = \frac{1}{n \cdot \frac{1}{n} \cdot \sqrt{n^n - 1}} \cdot \frac{v^2}{g}$

$R = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2 - 1}} \cdot \frac{(40)^2}{10}(m)$

Donde: $\boxed{R = 120\ m}$

Resposta: C

12.



$tg60° = \frac{F_{cp}}{P}$

$tg60° = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot R}{m \cdot g}$

$\sqrt{3} = \frac{\omega^2 \cdot 0{,}10 \cdot \sqrt{3}}{10}$

$\boxed{\omega = 10\ rad/s}$

Resposta: A

13. Força centrífuga não é a reação de uma força centrípeta. A força centrípeta é uma resultante de várias forças.

Resposta: E

14. $Fat = m\omega^2 r \rightarrow \mu\cancel{m}g = \cancel{m}\omega^2 r$

$\mu = \frac{(2\pi f)^2 \cdot r}{g} = 4\pi^2 \cdot \left(\frac{1}{30}\right)^2 \cdot \frac{5}{10}$

$\mu = 4 \cdot \cancel{10} \cdot \frac{1}{900} \cdot \frac{5}{\cancel{10}} = \frac{2\cancel{0}}{90\cancel{0}} = 0{,}02$

Resposta: A

15. $v = \omega_A \cdot \cancel{r} = \omega_B \cdot 2\cancel{r}$

$2\cancel{\pi} \cdot f_A = 2\cancel{\pi} f_B \cdot 2$

$f_A = 2f_B$

Em um segundo, por exemplo, o bloco A completará duas voltas enquanto B completará apenas uma.

Resposta: C

Anotações

DIG.: SOFIA – REV.: SHERYDA

052.336 - 163666/22